論理回路の検査入力生成アルゴリズムについて (数理情報科学の基礎理論と応用)

佐伯, 俊則; 矢島, 脩三

数理解析研究所講究録
421巻 1981年 193-207

論理回路の検査入力生成アルゴリズムについて

京大 工学部 佐伯 俊則
矢島 脩三

1. はじめに

論理回路の高密度化に伴い回路の故障検査の重要性が増している。故障検査の方法としては，回路入力にランダムなテストパターンを加えるものと，故障に適当な仮定を置き，仮定した故障に対する検査入力を生成してこの検査入力を加えるものとがある。両者を比較すると，後者の方が試験のための装置が複雑になるが，試験の効率が良い。ここでは仮定した故障に対して検査入力を生成する方法について述べる。

故障の仮定としては，単一論理縮退故障，すなわちゲートの結線における値が回路入力の値にかかわらず論理値0(1)に固定される故障(0(1)縮退故障，s-a-0(1))が回路に唯一つ起こると仮定する場合が多い。[1] このように仮定した故障に対して検査入力を生成する方法は従来から研究されている。検出可能な故障に対して必ず検査入力を生成できる方法とし

て，ブール微分法，Armstrong のenf法，Poage の方法，Roth のDアルゴリズムなどがある[1]。これらの方法のうちで，Dアルゴリズムあるいはこの方法の変形が多くの場合計算量が最も少なくて済むため，実際に用いられている。しかし，Dアルゴリズムを用いても，大規模な論理回路に対しては計算量が増え，計算時間が非常に増大する。このため，検出可能な故障に対する検査入力の生成を必ずしも保障できない1次元経路活性化法，乱数を用いて発生させた入力が検査入力となっているかどうかを調べる方法などを用いる場合も多い。これらの方法はDアルゴリズムに比較してかなり高速である。

すなわち，検査入力生成においては計算に要する時間が重要な問題となっており，このため検出可能な故障に対して検査入力を生成できない場合のあるアルゴリズムが現実に用いられている。

そうした計算量を重視したアルゴリズムの1つとして，加納は擬似確率と呼ぶ実数計算を用いた評価関数を用いるアルゴリズムを提案した[2][3]。この方法では，評価関数は検査入力を生成できる可能性を近似的に表すものとなっている。この方法は高速な方法であるが，検査入力生成の可能性を近似的に計算しているため，検出可能な故障に対しても検査入力を生成できない場合が起こる。そこで以下では，加納の方法を擬

似確率法と呼び，擬似確率法によって検査入力を生成できる場合，できない場合について考察する。

2．擬似確率法[2][3]

以下では，加納の擬似確率法について説明する。

2．1．擬似確率[2][3]

擬似確率法では評価関数を計算するため，与えられた論理回路の擬似確率の計算を行う。本節では擬似確率について説明する。

回路の入力 I_i $(i=1,\cdots,n)$ の論理値が1となる確率 P_i が与えられれば，回路内の各結線において論理値が1となる確率を計算できる。しかし論理回路の確率を，入力数 n の多項式オーダの時間で求めるアルゴリズムは知られていない。そこで計算量を減らすため近似的に確率を求めることを考える。以下に説明する擬似確率は，近似的に確率を求めることによってゲート数のオーダで計算することができるものである。

回路の中の1つのゲートに着目して，その入力結線における論理値が1になる確率が与えられ，しかもそれらが総て互いに独立であると仮定する。このとき出力結線における確率は，入力結線における確率を変数として，ゲートの種類によって定まる図1のような方程式を計算すれば得られる。入力

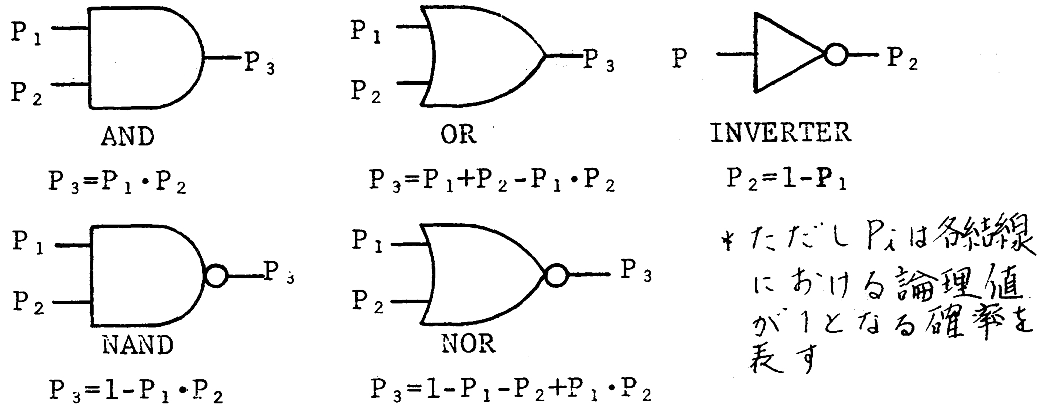


図1　各種ゲートに対する擬似確率

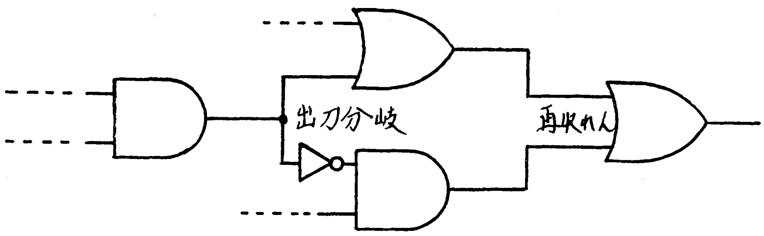


図2　再収れん

結線における確率が互いに独立であるという仮定は，回路に再収れん（1つのゲートの出力から分岐した2つ以上の経路が1個のゲートの入力となること（図2））が存在した場合になりたたない。しかしながら，各ゲートの入力結線における確率が互いに独立であるという仮定によって，ゲートの種類によって決まる図1の方程式を入力側から順番に計算していくことによって各結線上の確率を求めることができる。これによってゲート数のオーダで確率を計算することができる。この確率は回路に再収れんがあるときは近似的な値であるので擬似確率と呼ぶことにする。擬似確率は，確率に誤差を許

すことによって高速に計算をできるようにしたものである。

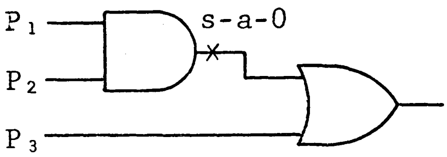
2.2. 擬似確率法[2][3]

回路の故障検査とは，回路に入力を与えたときの出力値を調べ，それが故障によって誤った値になっているかどうかを調べることである。そこで検査入力の生成は，仮定した故障によって出力値が正常な場合と異なるような入力を生成することとなる。

擬似確率法では，正常な回路と故障した回路の出力が異なる可能性が高くなるように入力値を決めていく。このために前節で説明した擬似確率を用いて，入力値を決めるために用いる評価関数Fを

$$F = |\text{正常な回路の出力擬似確率}\ P_0 - \text{故障した回路の出力擬似確率}\ P_0^f|$$

と定義する。評価関数Fは，与えられた入力確率に対して，故障によって出力が異なった値を出す可能性を近似的に表し



$F=|P_1 \cdot P_2+P_3-P_1 \cdot P_2 \cdot P_3-P_3|$

1. $F(P_1=1, P_2=0.5, P_3=0.5) > F(P_1=0, P_2=0.5, P_3=0.5)$
2. $F(P_1=1, P_2=1, P_3=0.5) > F(P_1=1, P_2=0, P_3=0.5)$
3. $F(P_1=1, P_2=1, P_3=1) < F(P_1=1, P_2=1, P_3=0)$

図3　擬似確率法

ているといえる。そこでFの値が大きくなるよう入力値を決めていけばよい。よって，入力に適当な初期確率P_i ($i=1,\cdots,n$)が与えられたとき次のようにして入力を決める。(図3参照、)

```
for  i:=1  step 1  until n  do
     if  F(Pi=1)>F(Pi=0)
         then  Pi:=1;
         else  Pi:=0;
end;
```

上のようにして得られた入力値が検査入力となっているかを調べる。この時は，次の性質を利用する。

(性質1)　評価関数F=1ならば，$P_i=0\,(1)$に論理値0(1)を対応させた入力は検査入力となっている。(証明略)

$F\neq1$となったときは再試行を行う。このために上のようにして入力パターンを生成する方法は，入力に与える初期確率に依存することに着目する。そこで初期確率を変えて再試行を行えばよい。初期確率は真の検査入力に距離が近い程良いと考えられる。そこで上のアルゴリズムで得られた入力パターンは比較的真の検査入力に近いと考え，入力値が0(1)なら初期確率をε $(1-\varepsilon)$と変え再試行する。

3．擬似確率法の性質

この章では，擬似確率法によってどのような場合に検査入

力が生成できるかを中心に，擬似確率法の諸性質を考察していく。

まず擬似確率について考察する。擬似確率の計算の方法より次の性質がいえる。

（性質2）　与えられた入力確率に対して擬似確率が0(1)なら確率も0(1)である。[4]

（略証）　図1の関係から，出力擬似確率が0あるいは1になるためには入力擬似確率に0あるいは1が現れなければならない。これは，出力論理値が0あるいは1になったとき入力論理値が0あるいは1でならねばならないことに完全に対応する。そこで，擬似確率が0(1)になれば論理値も0(1)となり，明らかに確率も0(1)となる。■

回路がAND，OR，INVERTER，NAND，NOR，定数0，1より成るとき，ANDとOR，NANDとNOR，定数0と1をそれぞれ総て交換した回路を双対回路と呼ぶ。双対回路における擬似確率と元の回路の擬似確率の間には次の関係がある。

（性質3）　回路Cに入力確率P_1，P_2，…，P_nが与えられたとき，その双対回路C^dに入力確率$(1-P_1)$，$(1-P_2)$，…，$(1-P_n)$を与えるものとする。このとき回路Cの擬似確率Pと双対回路C^dの擬似確率P'との間に

$$P = 1 - P'$$

なる関係がなりたつ。[4]（証明略）

次に，擬似確率法がどのような場合に検査入力を生成できるかについて考察する。まず，評価関数Fを使うことの正当性について検討する。評価関数Fのかわりに，

F^*＝｜正常な回路の出力確率
－故障した回路の出力確率｜

を考える。FはF^*の近似となる。論理回路の出力確率は入力確率変数の高々1次の式となる。よってF^*も入力確率変数の高々1次の式となる。そこでF^*を用いて前章で述べたアルゴリズムに従って1入力ずつ定めていくと，F^*の値は単調非減小な変化をする。さらに吉田，矢島によれば，入力iに確率$a^{2^{i-1}}/(a^{2^{i-1}}+1)$，$a \neq 1$が与えられた場合は必ず，またルベーク測度の意味でほとんど総ての入力確率に対して，論理関数が異なれば出力確率が異なることが知られている。[5] よって2章のアルゴリズムを用いて必ず$F^*>0$，すなわち$F^*=1$とすることができる。

（性質4）　検出可能な故障に対してF^*を用いて検査入力を生成できる。

性質4は擬似確率法の検査入力生成の可能性について考察をする上で基本的なものである。FはF^*の近似であるため必ずしも検査入力を生成できるとはいえないが，多くの場合生

成できるものと考えられる。

また，入力に与える初期確率については，実際の検査入力の近くから出発する方がよく，$a^{2^{i-1}}/(a^{2^{i-1}}+1)$，$a \neq 1$を用いるのは精度の点で問題があるので，総ての入力に確率1/2を初期値として与えることにする。

次に，擬似確率法が実際にどのような回路に対して検査入力を生成できるかを考察する。

まず，性質3を用いれば直ちに次の性質が導かれる。

（性質5）　ある回路Cの結線ℓのs-a-0（s-a-1）故障に対して，擬似確率法により$F(P_i=1)=F(P_i=0)$となることなく検査入力を生成できたとき，双対回路C^dの対応する結線ℓのs-a-1（s-a-0）故障に対しても検査入力を生成できる。

任意の論理関数を表現できる形式の1つとして積和標準形（およびその双対として和積標準形）がある。

（性質6）　論理関数を積和標準形（和積標準形）で表し，その形で2段実現した回路における検出可能な故障に対して検査入力を生成できる[4][6]。（証明略）

再収れんを含む回路に対しては次の性質が成り立つ。

（性質7）　出力分岐から再収れんまでの経路上の負ゲートの数の奇偶が，各再収れんに関する総ての経路について一致しているなら，検出可能な故障に対して検査入力を生成でき

る。[4][6]（図4参照）

（略証）　性質の条件のもとでは確率が0（1）ならば，擬似確率も0（1）となり，逆も成り立つ。このことを用いて$F^*=0 \Leftrightarrow F=0$が証明できる。さらに既に決まった入力値が検査入力と成り得るものであれば$F>0$となることも証明できる。検査入力と成り得なければ$F^*=0$となるので，擬似確率法の入力の決定のしかたから，必ず$F>0$となるよう入力を選ぶ。総ての入力が0，1に定まったとき$F>0$となっているので$F=1$がいえる。■

性質7の条件の形で実現できる論理関数はユネイト関数である。ただしユネイト関数とは，ある表現において，各論理変数が否定か肯定かのいずれか一方しかあらわれないものである。

（性質8）　ある回路Cの故障fに関して，擬似確率法によって$F(P_i=1)=F(P_i=0)$となることなく検査入力を生成できた

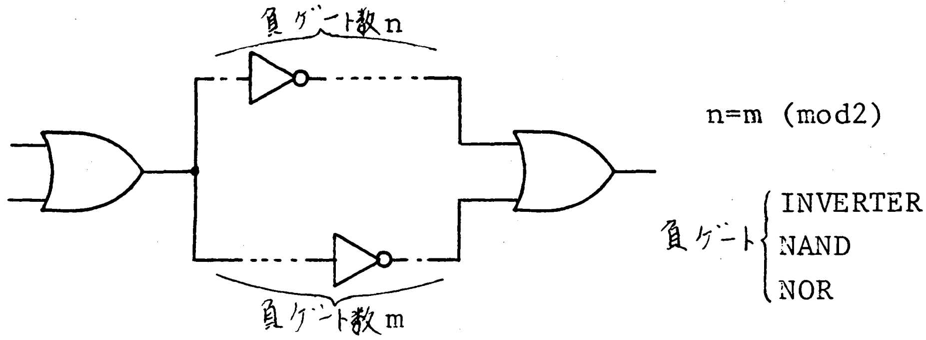
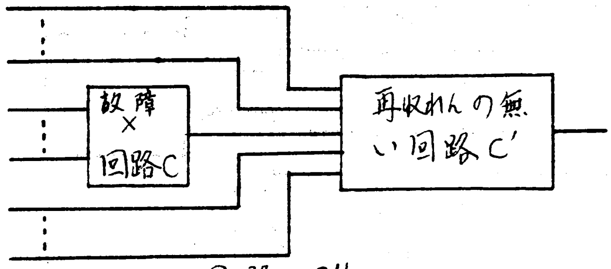


図4　性質7



回路 C''

図5 性質8

とき，この回路Cを再収れんのない回路C'の入力につなげた新しい回路C''においても，同じ故障fに対してやはり検査入力を生成できる。（図5参照）

（略証） 回路C'には再収れんがないので確率と擬似確率は一致する。そこで回路Cの出力擬似確率をP_cとすると，回路C''の出力擬似確率はP_cの一次式として$a \cdot P_c + b$と表せる。（ただしa，bは回路C'の他の入力確率に依存する。）しかも$a \neq 0$とすることができるので，明らかに検査入力を生成できる。■

以上，検査入力を生成できる場合について考察してきた。

続いて擬似確率法によって検査入力を生成できない場合を示す。[4][6] 図6の回路の出力におけるs-a-1に対し，入力$I_1 = I_2 = \cdots = I_5 = 1$は検査入力となる。しかし擬似確率法によっては，この故障に対して検査入力を生成できない。これは擬似確率を計算するときに，全体の論理関数を用いずに，1つのゲートという局所的な関係だけを用いているからである。

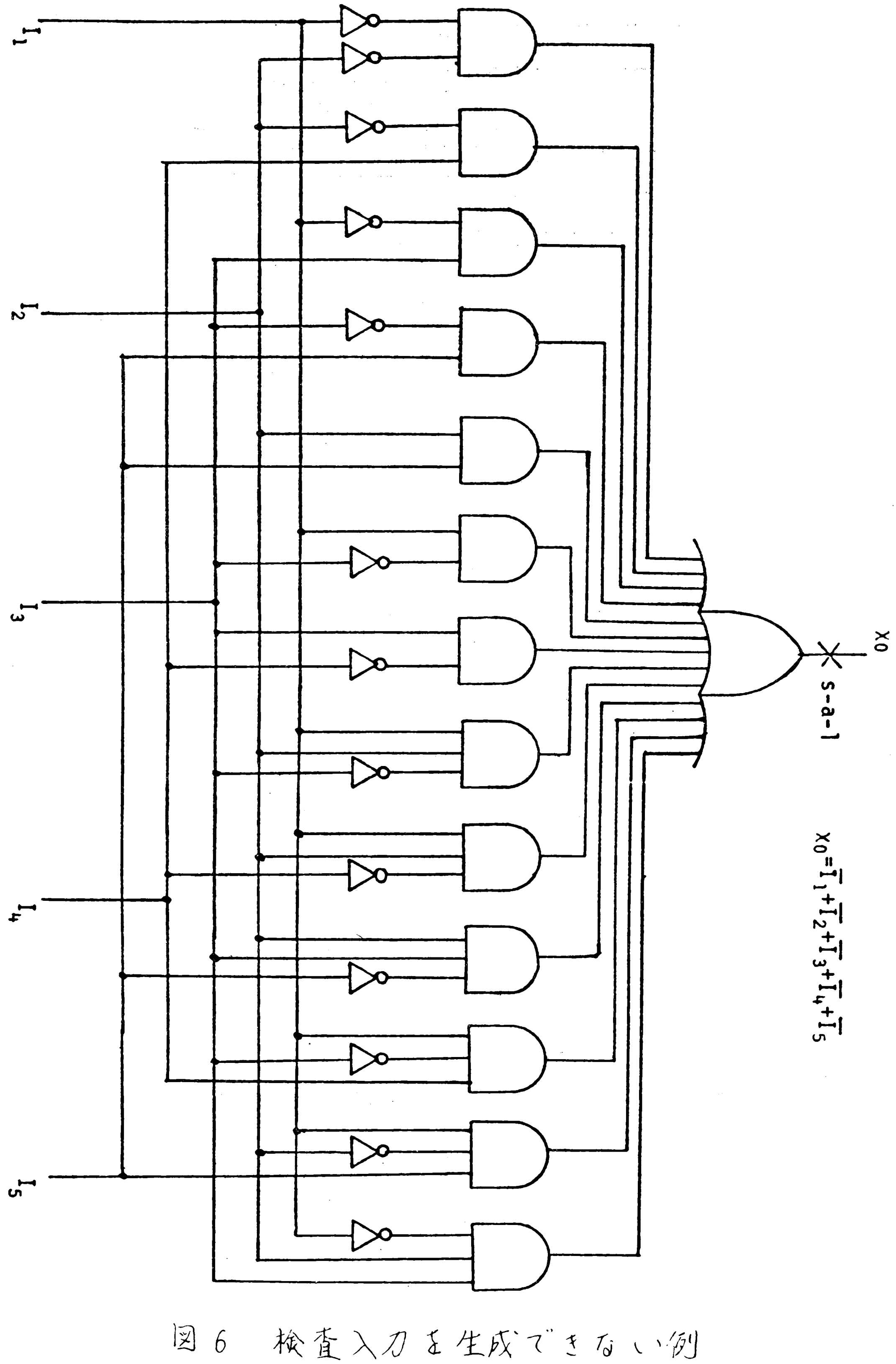


図６　検査入力を生成できない例

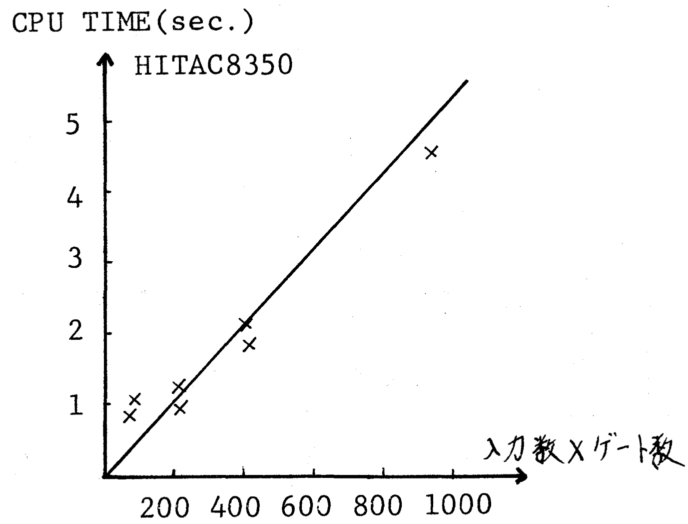


図7　1検査入力生成に要した時間

4. 実験

PL/Iによって擬似確率法のプログラムを作成し，実験を行った。プログラムは約900ステップである。このプログラムを用いて，ALUを含む15ゲートから63ゲートまでの7つのICに総計約1500の故障を仮定して検査入力の生成を試みた。この結果，仮定した総ての検出可能な故障に対して検査入力を生成できた。また1検査入力の生成に要した時間は，ほぼ回路の入力数とゲート数の積に比例した程度となった。(図7参照)。仮定した総ての故障に対して検査入力を生成できたのは，対象としたICが商用のものであり，ランダムなものではないからと思われる。一般に，実際に用いられている回路では，ある程度回路の形が制限される。擬似確率法はこのような実際の回路に対して，検査入力を生成する可能性が高

いと思われる。

5．まとめ

論理回路の検査入力を生成する1つの方法である擬似確率法について考察してきた。結果として，どのような場合に検査入力を生成できるかについて幾つか示すことができた。また検査入力を生成できない1つの回路例を示した。

実際には，擬似確率法で検査入力を生成し，生成できなかったものについてだけDアルゴリズムを用いて検査入力を生成するといった方法も考えられる。そこで検査入力が生成できない場合があっても，その割合が小さければ良いと思われる。

今後は，擬似確率法によって検査入力がどの程度生成できるかを調べることが重要であると思われる。

謝辞

御助言，御討論いただいた本学上林彌彦助教授，安浦寛人氏に深謝いたします。

参考文献

〔1〕 M. A. Breuer, D. A. Friedman: "Diagnosis & Reliable Design of Digital Systems" (Computer Science Press, California 1976)

〔2〕 加納弘：“確率的手法による組合せ回路のテスト・パターンの生成”，情報処理，20-2（1979-3）

〔3〕 Hiroshi Kano：“Test Pattern Generation for Logic Networks by Rial Number Logic Simulation”, IE^3 Autotestcon (Sep. 1979)

〔4〕 佐伯俊則： 特別研究報告書，（1980-2）

〔5〕 吉田裕，矢島脩三：“2進乱数の改善およびその改善度について”，情報処理，12-3（1971-3）

〔6〕 佐伯俊則，矢島脩三：“論理回路の検査入力生成における擬似確率法の諸性質”，関西連大，（1980-11）